

Matemática Discreta 1 Segundo examen parcial	1 ^{er} Apellido: _____	22 de enero de 2016 Tiempo 2 h. Nota: <div style="border: 1px solid black; width: 80px; height: 40px; display: inline-block; vertical-align: middle;"></div>
	Dpto. Matematica Aplicada TIC ETS Ingenieros Informáticos Universidad Politécnica de Madrid	

Ejercicio 1 (15 puntos)

Efectúa la siguiente operación en \mathbb{Z}_{234} : $[35]^{-1} \cdot [2] + [25]^{1514}$

Ejercicio 2 (15 puntos)

Resuelve el sistema de congruencias:

$$\begin{cases} 3x \equiv 1 & (\text{mod } 10) \\ 6x \equiv 12 & (\text{mod } 15) \\ 6!x \equiv 2 & (\text{mod } 7) \end{cases}$$

Ejercicio 3 (15 puntos)

Para vigilar los cinco distritos diferentes de una ciudad, hay un total de 40 policías, repartidos en cinco grupos diferentes, uno por cada distrito, así cada grupo está formado por ocho personas diferentes.

a) Halla de cuántas maneras se pueden hacer los grupos, teniendo en cuenta que cada grupo estará en un distrito diferente.

b) Halla de cuántas formas distintas se pueden elegir, en cada uno de los cinco grupos, tres personas con los cargos de Jefe, Subjefe y Secretario del grupo.

c) Sabiendo que los policías trabajan por parejas, ¿cuántas parejas diferentes se pueden formar en cada distrito, teniendo en cuenta que el Jefe y el Subjefe nunca están emparejados?

d) Sabiendo que el balance de atracos totales en el mes de mayo ha sido de 15 y que los distritos tres, cuatro y cinco han tenido entre uno y cuatro atracos cada uno. Halla de cuántas maneras ha podido distribuirse el número de atracos en los cinco distritos.

Ejercicio 4 (15 puntos)

a) Se quiere enviar mensajes a los pasajeros de un globo aerostático, mediante señales luminosas, para indicarles la secuencia de direcciones en que deben moverse. Para indicar la dirección Norte se enviará una ráfaga de luz de color azul, para Sur dos ráfagas verdes, para Este tres ráfagas rojas, y cuatro ráfagas amarillas para el Oeste. Sea a_n el número de mensajes distintos que se pueden enviar con n ráfagas de luz. Encuentra una sucesión de recurrencia que permita calcular a_n .

b) Resuelve la siguiente recurrencia lineal no homogénea con condiciones iniciales:

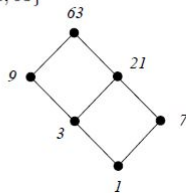
$$\begin{cases} a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2} + \frac{1}{2}2^n, & n \geq 2 \\ a_0 = 1, a_1 = 2 \end{cases}$$

Soluciones del Segundo examen parcial

1. $[137]_{234}$
2. $x = 47 + 70t$ para todo $t \in \mathbb{Z}$
3.
 - a) $\binom{40}{8} \binom{32}{8} \binom{24}{8} \binom{16}{8} \binom{8}{8} = \frac{40!}{(8!)^5}$
 - b) $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$
 - c) Se dan por válidos dos valores, correspondientes a dos posibles interpretaciones del enunciado:
 - 1) 27
 - 2) 90
 - d) 544
4.
 - a) $\begin{cases} a_n = a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + a_{n-4} & \text{para } n > 4 \\ a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 4, a_4 = 8 \end{cases}$
 - b) $a_n = 2 + 2^n(n-1)$

Soluciones de la Recuperación del Primer examen parcial

$$D_{63} = \{1, 3, 7, 9, 21, 63\}$$



1.
 - a)
 - b)
 - 1) Cotas superiores: $\{a\}$. Cotas inferiores: $\{h, i, j\}$. Supremo: $\{a\}$.
Ínfimo, máximo y mínimo: No hay. Maximales: $\{b, c\}$. Minimales: $\{c, d\}$.
 - 2) El conjunto A no es retículo.
 - 3) A' sí es retículo
 - 4) A' no es un retículo complementario
 - 5) A' no es un retículo distributivo
2. $x'y + zt'$
3. 15 y 16
4. Se demuestra por inducción